

Puissance du signal reçu P_r [dBm] par une antenne placée dans un champ électrique radiofréquence d'une valeur E [dB μ V/m] (VHF UHF)

La seule manière de récolter un signal radiofréquence d'une certaine puissance, c'est une antenne lorsque celle-ci est placée dans un champ électrique radiofréquence qui a une certaine valeur à un endroit de l'espace et à un moment donné. (Merci ON7PC).

En champ lointain (*Far Field*), dans un milieu isotrope homogène, les ondes radiofréquence deviennent quasi planes et leur mode de propagation est TEM (Transverse Electro Magnétique). Dans ce cas de figure, les vecteurs \vec{E} (champ électrique) et \vec{H} (champ magnétique), orthogonaux entre eux, ont un rapport de leur module E/H pratiquement constant. Ce rapport définit l'impédance caractéristique du matériau dans lequel se propagent les ondes radio. Dans le cas du vide, ce rapport vaut Z_0 , c'est-à-dire l'impédance caractéristique du vide.

$$Z_0 = \mu_0 \cdot c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 119,916\,983\,2 \cdot \pi \simeq 120\pi = 376,730 \text{ } [\Omega]$$

Z_0 : impédance caractéristique du vide [Ω] ;

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$: perméabilité magnétique du vide [$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$] ;

$c = 299\,792\,458$: vitesse de la lumière dans le vide [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] ;

$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8,854\,187\,816 \cdot 10^{-12}$: permittivité diélectrique du vide [$\text{A}^2 \cdot \text{s}^4 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$].

Le produit vectoriel de \vec{E} et de \vec{H} est nommé le vecteur \vec{S} de Poynting (orthogonal à \vec{E} et à \vec{H}) et qui est dirigé dans le sens de la propagation des ondes radio $\vec{S} = \vec{E} \wedge \vec{H}$. Le module de ce vecteur représente le flux d'énergie par unité de temps qui traverse une surface fermée dans l'espace. Il s'agit donc d'une puissance par unité de surface, autrement dit d'une densité de puissance qui s'exprime en [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$] (Watt par mètre carré).

La densité de puissance peut s'exprimer en fonction de « l'intensité » ou « force » du champ électrique (*Field Strength*) à un endroit de l'espace là-où il se trouve, dans le milieu dans lequel il se trouve et au moment où il s'y trouve.

$$S = \frac{E^2}{Z_0}$$

S : densité de puissance (Far Field) [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$] ;

E : "intensité" (Field Strength) du champ électrique [$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$] ;

Z_0 : impédance caractéristique du vide [Ω].

La surface fermée à travers laquelle passe un flux d'énergie par unité de temps est une antenne. Il y a donc lieu de déterminer la surface effective, surface équivalente, ou surface de captation de cette antenne. Il ne s'agit pas du tout de la surface géométrique de l'antenne. Cette surface est fonction du gain isotrope de l'antenne (en rapport de puissance) et du carré de la longueur d'onde radiofréquence que l'antenne capte à un endroit donné et à un moment donné. Remarque : ici, on considère que la direction de la propagation des ondes est selon une droite normale (orthogonale) au plan de la surface, en d'autres mots, l'antenne est bien orientée s'il s'agissait d'une antenne directive.

$$A_e = g \frac{\lambda^2}{\pi}$$

A_e : surface effective, équivalente ou de captation de l'antenne [m^2] ;

g : gain isotrope de l'antenne exprimé en rapport de puissance ;

λ : longueur d'onde du signal capté par l'antenne [m].

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

c : vitesse de la lumière dans le vide [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] ;

f : fréquence du signal [Hz].

Comme le gain isotrope d'une antenne est généralement exprimé en dBi, il y a lieu d'effectuer la conversion suivante pour exprimer ce gain en rapport de puissance :

$$G = 10 \cdot \log(g) \Leftrightarrow g = 10^{\left(\frac{G}{10}\right)}$$

G : gain isotrope de l'antenne exprimé sous forme logarithmique [dBi] ;

g : gain isotrope de l'antenne exprimé en rapport de puissance [nombre pur sans unité].

La puissance du signal récolté par l'antenne (puissance reçue), pour autant que celle-ci soit raccordée sur une charge adaptée, est donc le produit de sa surface de captation par la densité de puissance de l'onde qui la « traverse ».

$$P_r = A_e \cdot S$$

P_r : Puissance reçue, captée par l'antenne,

(donc dissipée dans la charge adaptée qui lui est raccordée) [W] ;

A_e : surface de captation de l'antenne [m^2] ;

S : densité de puissance de l'onde qui traverse la surface de captation [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$].

Pour les OM qui aiment les maths, nous allons jongler avec quelques équations (hi).

$$P_r = A_e \cdot S$$

$$A_e = g \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

$$g = 10^{\left(\frac{G}{10}\right)}$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$S = \frac{E^2}{Z_0}$$

$$Z_0 = 120\pi$$

Par substitution, on obtient aisément que :

$$P_r = 10^{\left(\frac{G}{10}\right)} \cdot \frac{c^2}{4\pi f^2} \cdot \frac{E^2}{120\pi}$$

En regroupant les paramètres d'une part et les constantes d'autre part, on a :

$$P_r = 10^{\left(\frac{G}{10}\right)} \cdot \frac{E^2}{f^2} \cdot \frac{c^2}{4 \cdot 120\pi^2}$$

Exprimons la puissance du signal sous la forme logarithmique d'un rapport avec une puissance de référence de 1 mW (niveau absolu en dBm) :

$$\frac{P_r [\text{W}]}{1 [\text{mW}]} = 10^{\left(\frac{G}{10}\right)} \cdot \frac{E^2}{f^2} \cdot \frac{c^2 \cdot 10^3}{4 \cdot 120\pi^2}$$

$$P_r [\text{dBm}] = 10 \log \left(\frac{P_r [\text{W}]}{1 [\text{mW}]} \right) = 10 \left(\frac{G}{10} \right) + 20 \log E \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right] - 20 \log f [\text{Hz}] + 10 \log \left(\frac{c^2 \cdot 10^3}{4 \cdot 120\pi^2} \right)$$

Pour rappel :

$$\log(10^x) = x \text{ (fonctions inverses l'une de l'autre) ;}$$

$$\log(M^n) = n \log M$$

$$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$$

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$$

$$\log 10 = 1$$

$$\log 100 = 2$$

$$\log 1000 = 3$$

$$\log(10^6) = 6 \log 10 = 6$$

$$\log(10^{-6}) = \log\left(\frac{1}{10^6}\right) = -6 \log 10 = -6$$

$$10 \log \left(\frac{c^2 \cdot 10^3}{4 \cdot 120\pi^2} \right) = 10 \log \left(\frac{(299\,792\,458)^2 \cdot 10^3}{480\pi} \right) = 162,78$$

$$P_r [\text{dBm}] = G [\text{dBi}] + 20 \log E \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right] - 20 \log f [\text{Hz}] + 162,78$$

Effectuons deux conversions d'unités

$$E \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right] \text{ vers } E [\text{dB}\mu\text{V/m}] :$$

$$E [\text{dB}\mu\text{V/m}] = 20 \log \left(\frac{E [\text{V/m}]}{1 [\mu\text{V}]} \right) = 20 \log E [\text{V/m}] - 20 \log (10^{-6}) = 20 \log E [\text{V/m}] + 120$$

$$20 \log E [\text{V/m}] = E [\text{dB}\mu\text{V}] - 120$$

$$f [\text{Hz}] \text{ vers } f [\text{MHz}] :$$

$$-20 \log f [\text{Hz}] = -20 \log \left(\frac{f [\text{MHz}]}{10^6} \right) = -20 \log f [\text{MHz}] + 20 \log (10^6) = -20 \log f [\text{MHz}] + 120$$

$$-20 \log f [\text{MHz}] = -20 \log f [\text{Hz}] - 120$$

En final :

$$P_r [\text{dBm}] = G [\text{dBi}] + E [\text{dB}\mu\text{V/m}] - 20 \log f [\text{MHz}] + 162,78 - 120 - 120$$

Et tout cela pour ça :

$$P_r [\text{dBm}] = G [\text{dBi}] + E [\text{dB}\mu\text{V/m}] - 20 \log f [\text{MHz}] - 77,22$$

En retournant l'équation :

$$E [\text{dB}\mu\text{V/m}] = P_r [\text{dBm}] - G [\text{dBi}] + 20 \log f [\text{MHz}] + 77,22$$

On remarquera dans cette équation que l'impédance de l'antenne n'intervient pas.

Dans le cas où l'on doit tenir compte des pertes du *Feeder*, il suffit de retrancher les pertes du *Feeder* du gain de l'antenne et G devient :

$$G [\text{dB}] = G_{\text{antenne}} [\text{dBi}] - G_{\text{pertes Feeder}} [\text{dB}]$$

Conclusion :

Il y a moyen de mesurer avec grande précision la valeur du champ électrique d'une onde radiofréquence qui est présente à un endroit de l'espace à un moment donné. Il suffit d'une antenne calibrée (dont on connaît le gain avec précision dans l'environnement standard dans laquelle elle doit se situer) et d'un récepteur de mesure (*Tuned Receiver*), comme par exemple un analyseur de spectre calibré.

L'antenne calibrée est en général une antenne directive à large bande que l'on oriente vers la source du signal à mesurer. La hauteur de l'antenne par rapport au sol a de l'importance pour respecter les données de calibrage de celle-ci et qui sont fournies par le constructeur.

Il existe entre autres deux constructeurs réputés d'antennes de mesure : Rohde et Schwarz (par ex. antenne log périodique placée sur un trépied en bois) et Schwarzbeck (antennes biconiques, log périodiques, cornets, etc.). Ces antennes peuvent aussi servir dans le cadre d'épreuves sur des équipements électroniques pour une certification CEM (compatibilité électromagnétique).